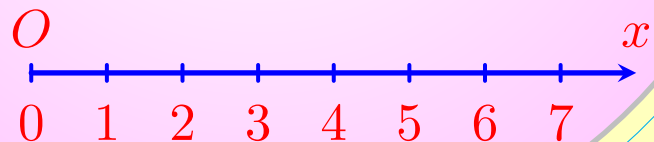
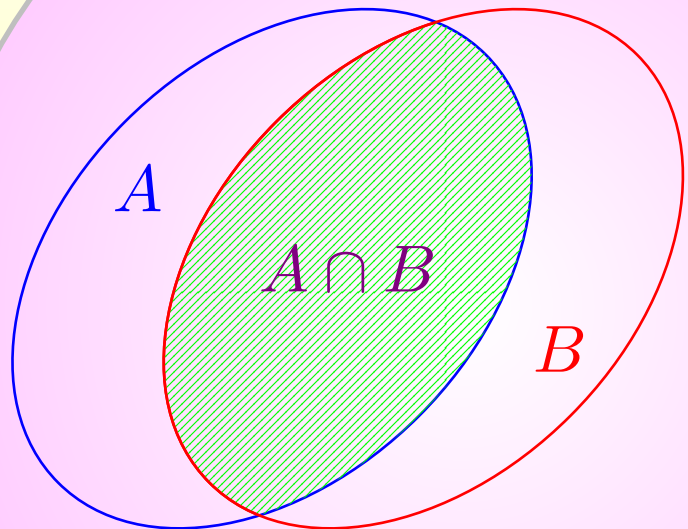


Toán 9

Chung - Chuyên

TÀI LIỆU ÔN TẬP 2024

TUYỂN SINH 10



Mục lục

PHẦN I ĐỀ CHÍNH THỨC

Chương 1. Tuyển sinh 10 - Tỉnh Ninh Thuận	2
Bài 1. Toán chung - Năm học 2021-2022	2
Bài 2. Toán chuyên - Năm học 2021-2022	4
Bài 3. Toán chung - Năm học 2022-2023	6
Bài 4. Toán chuyên - Năm học 2022-2023	8
Bài 5. Toán chung - Năm học 2023-2024	10
Bài 6. Toán chuyên - Năm học 2023-2024	12

PHẦN II ĐỀ THAM KHẢO TOÁN CHUNG

Chương 2. Tuyển sinh 10 - Toán chung	15
Bài 1. Toán chung - Đà Nẵng - Năm học 2023-2024	15
Bài 2. Toán chung - An Giang- Năm học 2023-2024	17
Bài 3. Toán chung - Bạc Liêu - Năm học 2023-2024	19
Bài 4. Toán chung - Bình Phước - Năm học 2023-2024	21
Bài 5. Toán chung - Bình Định - Năm học 2023-2024	24
Bài 6. Toán chung - Vũng Tàu - Năm học 2023-2024	26
Bài 7. Toán chung - Bình Dương - Năm học 2023-2024	28
Bài 8. Toán chung - Lâm Đồng - Năm học 2023-2024	30
Bài 9. Toán chung - Hà Nội - Năm học 2023-2024	33
Bài 10. Toán chung - Đồng Tháp - Năm học 2023-2024	35
Bài 11. Toán chung - Điện Biên - Năm học 2023-2024	37
Bài 12. Toán chung - Cao Bằng - Năm học 2023-2024	39
Bài 13. Toán chung - Cà Mau - Năm học 2023-2024	41
Bài 14. Toán chung - Bình Thuận - Năm học 2023-2024	43

PHẦN III ĐỀ THAM KHẢO TOÁN CHUYÊN

Chương 3. Tuyển sinh 10 - Toán chuyên	47
Bài 1. Toán chuyên - Đồng Tháp - Năm học 2023-2024	47

Bài 2. Toán chuyên -KHTN-Hà Nội - Năm học 2023-2024	50
Bài 3. Toán chuyên - Lam Sơn - Năm học 2023-2024	52
Bài 4. Toán chuyên - Hà Nam - Năm học 2023-2024	54
Bài 5. Toán chuyên - KHTN-Chuyên - Năm học 2023-2024	56
Bài 6. Toán chuyên - Long An - Năm học 2023-2024	58
Bài 7. Toán chuyên - Phan Bội Châu - Năm học 2023-2024	61
Bài 8. Toán chuyên - PTNK-TPHCM - Năm học 2023-2024	63
Bài 9. Toán chuyên - Quảng Nam - Năm học 2023-2024	66
Bài 10. Toán chuyên - TPHCM-Năng Khiếu - Năm học 2023-2024	68
Bài 11. Toán chuyên - Tiền Giang - Năm học 2023-2024	70
Bài 12. Toán chuyên - Cà Mau - Năm học 2023-2024	72
Bài 13. Toán chuyên - Lê Khiết - Năm học 2023-2024	75
Bài 14. Toán chuyên - Lương Văn Tụy - Năm học 2023-2024	77
Bài 15. Toán chuyên - Nam Định - Năm học 2023-2024	79

PHẦN

ĐỀ CHÍNH THỨC

H

TÀI LIỆU ÔN TẬP

TUYỂN SINH 10 - TỈNH NINH THUẬN

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 1

§1. TOÁN CHUNG - NĂM HỌC 2021-2022

Họ và tên học sinh:

Lớp:

BÀI 1

Giải các phương trình, hệ phương trình

a) $2x - 1 = x - \frac{1}{3}$.

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 7x - 5y = -9 \end{cases}$$

BÀI 2

1. Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$

2. Tìm điều kiện của m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

BÀI 3

Bạn Hoàng làm việc tại nhà hàng nọ, bạn ấy được trả tám trăm nghìn đồng cho 40 giờ làm việc tại quán trong một tuần. Mỗi giờ làm thêm trong tuần bạn được trả bằng 150% số tiền mà mỗi giờ bạn ấy được trả trong 40 giờ đầu. Nếu trong tuần đó bạn Hoàng được trả chín trăm hai mươi nghìn đồng thì bạn ấy đã phải làm thêm bao nhiêu giờ?

BÀI 4

Cho tam giác ABC có các góc \widehat{ABC} , \widehat{ACB} nhọn và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Các đường phân giác trong BE , CF của tam giác ABC cắt nhau tại I .

1. Chứng minh tứ giác $AEIF$ nội tiếp.
2. Gọi K là giao điểm thứ hai (K khác B) của đường thẳng BC với đường tròn ngoại tiếp tam giác BFI . Chứng minh rằng tam giác AFK cân tại F .

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

BÀI 1

Cho biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x} + 4} + \frac{2}{\sqrt{x} - 4} - \frac{x}{x - 16}$.

Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa và rút gọn A .

BÀI 2

Trên một khúc sông xuôi dòng từ bến A đến bến B dài 80km, một chiếc thuyền đi xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi sau đó đi ngược dòng đến bến A mất tất cả 9 giờ. Biết rằng, thời gian chiếc thuyền ngược dòng trên khúc sông này nhiều hơn xuôi dòng 1 giờ. Tính vận tốc của dòng nước.

BÀI 3

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC . Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC . Chứng minh rằng $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$

BÀI 4

Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $y^2 + 3y = x^4 + x^2 + 18$.

BÀI 5

Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xyz = \frac{1}{8}$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{xy + yz + zx} - \frac{1}{x + y + z} \leq \frac{2}{3}.$$

BÀI 6

Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H và các đường cao AD, BE, CF . Gọi I và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên EF và ED . Hai đường thẳng IK và AD cắt nhau tại M . Hai đường thẳng FM và DE cắt nhau tại N . Gọi S là điểm đối xứng của B qua D . Chứng minh rằng ba điểm A, N, S thẳng hàng.

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(2,0 điểm)**

- a) Giải phương trình $2x - 1 = 3 + x$.
- b) Với $x > 0$, rút gọn biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$.

CÂU 2**(2,0 điểm)**

Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x + m$.

- a) Vẽ parabol (P) .
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (P) và (d) có đúng một điểm chung.

CÂU 3**(1,5 điểm)**

Một lâm trường có hai đội công nhân thực hiện trồng cây phủ xanh đồi trọc. Nếu mỗi công nhân của đội thứ nhất trồng được 30 cây và mỗi công nhân của đội thứ hai trồng được 40 cây thì tổng số cây của cả hai đội trồng là 2880. Tính số công nhân của mỗi đội, biết rằng tổng số công nhân của lâm trường là 82.

CÂU 4**(3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) tâm O . Gọi D và E lần lượt là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ B và C .

- a) Chứng minh $BEDC$ là tứ giác nội tiếp.
- b) Các đường cao BD và CE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai lần lượt là I và J . Chứng minh rằng DE song song với IJ .

c) Chứng minh OA vuông góc với DE .

CÂU 5**(1,0 điểm)**

Cho ba số a, b, c thỏa mãn $-1 \leq a \leq 1; -1 \leq b \leq 1; -1 \leq c \leq 1$ và $a + b + c = 0$.
Chứng minh rằng $a^2 + b^7 + c^{2022} \leq 2$.

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

(2 điểm)

Rút gọn biểu thức $P = \left(\sqrt{\frac{1}{a^2} - 1} - \frac{1}{a} \right) \left(\frac{1-a}{\sqrt{1-a^2} - 1 + a} + \frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}} \right)$ với $0 < a < 1$.

CÂU 2

(1,5 điểm)

Hai người cùng làm chung một công việc sau 6 ngày thì xong. Nếu người thứ nhất làm riêng trong 2 ngày rồi dừng lại và người thứ 2 làm tiếp công việc đó trong 3 ngày thì cả hai người hoàn thành được 40% công việc. Hỏi nếu mỗi người làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

CÂU 3

(2 điểm)

- a) Cho phương trình $x^2 - 5x + 3m + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1^2 - x_2^2| = 15$.
- b) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $p^2 - 1$ chia hết cho 24.

CÂU 4

(3,5 điểm)

Cho tam giác ABC không là tam giác cân, biết tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (I) . Gọi D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của BC, CA, AB với đường tròn (I) . Gọi M là giao điểm của đường thẳng EF và đường thẳng BC , biết AD cắt đường tròn (I) tại điểm N (N không trùng với D), gọi

K là giao điểm của AI và EF .

- Chứng minh rằng các điểm I, D, N, K cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn (I) .

CÂU 5

(1,0 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2y + 3} + 2y - 3 = 0 \\ 2x^3 + 3x^2y + 4y^3 + 6x^2 + 6xy + 6x + 3y + 2 = 0. \end{cases}$$

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 1

§5. TOÁN CHUNG - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

Giải phương trình $4x - 3 = 2 - x$.

CÂU 2

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 2} + \frac{1 - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4 - 4\sqrt{a}}{a - 4}$.

- Với giá trị nào của a thì biểu thức P có nghĩa.
- Rút gọn biểu thức P .

CÂU 3

Cho Parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - 2$.

- Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

CÂU 4

Gia đình An dự định đi du lịch tại Nha Trang và Huế trong 7 ngày. Biết rằng chi phí trung bình mỗi ngày tại Nha Trang là 2 triệu đồng, còn tại Huế là 3 triệu đồng. Tìm số ngày nghỉ dự định của gia đình An tại mỗi địa điểm, biết số tiền mà họ phải chi cho toàn bộ chuyến đi là 18 triệu đồng.

CÂU 5

Cho đường tròn (O) tâm O bán kính R và điểm A nằm ngoài đường tròn. Các tiếp tuyến với đường tròn kẻ từ A tiếp xúc với đường tròn tại B, C . Gọi M là điểm thuộc cung lớn BC . Từ M kẻ $MH \perp BC, MK \perp AC, MI \perp AB$.

- Chứng minh tứ giác $MIBH$ nội tiếp.
- Giả sử $AB = 2R$. Tính diện tích tứ giác $ABOC$.
- Chứng minh $MI \cdot MK = MH^2$.

CÂU 6

Cho hai số dương a, b có $a + b = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \left(1 - \frac{4}{a^2}\right) \left(1 - \frac{4}{b^2}\right).$$

- - - HẾT - - -

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(1,5 điểm)**

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x+2}{x+1} + \frac{1}{y-1} = 1 \\ \frac{3}{x+1} - \frac{2y+3}{1-y} = 4. \end{cases}$$

CÂU 2**(2,5 điểm)**

Cho phương trình bậc hai $x^2 - x + m - 2 = 0$.

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3m$.
 b) Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình khi $m = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$S = \frac{2023}{x_1^7 + 7} + \frac{2023}{x_2^7 + 7}.$$

CÂU 3**(1,5 điểm)**

Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2xy + 3x + y = 0$.

CÂU 4**(3,5 điểm)**

Cho hình thang $ABCD$ vuông ở A và D , $AD = CD = \frac{1}{2}AB$. Gọi O_1, O_2 lần lượt là trung điểm của AB, CD và E, F lần lượt là trung điểm của AO_1, DO_2 . Trên đoạn thẳng EF lấy các điểm M, N sao cho $\widehat{AMB} = \widehat{CND} = 90^\circ$.

- a) Chứng minh tứ giác $ABCM$ nội tiếp.

- b) Gọi S là giao điểm của AD và BC . Chứng minh các đường thẳng BC , EF , O_1O_2 đồng quy tại S .
- c) Chứng minh bốn điểm A , D , M , N cùng nằm trên một đường tròn.

CÂU 5**(1 điểm)**

Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a \cdot b = 1$.

Chứng minh rằng $(1 + a)^2(1 + b)^4 > \frac{1024}{27}$.

--- HẾT ---



PHẦN

ĐỀ THAM KHẢO TOÁN CHUNG

H

TÀI LIỆU ÔN TẬP

TUYỂN SINH 10 - TOÁN CHUNG

GV: Vũ Ngọc Huy: _____ DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT _____

KH - CHƯƠNG 2

§1. TOÁN CHUNG - ĐÀ NẴNG - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh: Lớp:

CÂU 1

(2,0 điểm)

- a) Tính $A = \sqrt{4} + \sqrt{20} - \sqrt{5} - 2$.
- b) Cho biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)^2}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức B và so sánh giá trị của B với 1.

CÂU 2

(1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) .

- a) Vẽ đồ thị (P) .
- b) Đường thẳng $y = -x + b$ (với $b > 0$) lần lượt cắt các tia Ox, Oy tại E, F . Chứng minh rằng tam giác OEF vuông cân và tìm b để tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác OEF là một điểm thuộc (P) , với O là gốc tọa độ.

CÂU 3

(1,5 điểm)

- a) Tổng của hai số bằng 23. Hai lần số này lớn hơn số kia 1 đơn vị. Tìm hai số đó.
- b) Hai đội công nhân cùng dọn vệ sinh khu vực khán đài lễ hội pháo hoa quốc tế Đà Nẵng trong 1 giờ 12 phút thì xong. Nếu đội A làm 40 phút và đội B làm 2 giờ thì xong việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội hoàn thành công việc trong bao lâu?

CÂU 4**(1,5 điểm)**

Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 2m + 5 = 0$ (*), với m là tham số.

- Giải phương trình (*) khi $m = 1$.
- Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{4x_1^2 + 4mx_1 + m^2} + \sqrt{4x_2^2 + 4mx_2 + m^2} = 7m + 2$.

CÂU 5**(3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AC, BD (A khác B, D). Trên đoạn thẳng BC lấy điểm E (E khác B, C), đường thẳng ED cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F .

- Chứng minh rằng $AB = CD$ và $\widehat{CFD} = \widehat{BCA}$.
- Đường thẳng qua E , vuông góc với BC cắt tia AF tại G . Chứng minh rằng tứ giác $CEFG$ nội tiếp và $CD \cdot EG = CB \cdot CE$.
- Gọi H là giao điểm của tia GE và AD . Đường thẳng qua H , song song với AC cắt đường thẳng qua E , song song với FC tại K . Chứng minh rằng ba điểm G, C, K thẳng hàng.

- - - HẾT - - -

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 2

§2. TOÁN CHUNG - AN GIANG - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

Giải các phương trình và hệ phương trình sau đây:

a) $\frac{2}{\sqrt{2}}x + \sqrt{2}x = 4.$

b) $x^4 - 18x^2 + 81 = 0.$

c) $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 2x - 4y = 16. \end{cases}$

CÂU 2Cho hai hàm số $y = f(x) = x^2$ và $y = g(x) = 3ax - a^2$ với $a \neq 0$ là tham số.a) Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên hệ trục tọa độ Oxy .

b) Chứng minh rằng đồ thị hai hàm số đã cho luôn có hai giao điểm.

c) Gọi $y_1; y_2$ là tung độ giao điểm của hai đồ thị. Tìm a để $y_1 + y_2 = 28$.**CÂU 3**Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ (m là tham số).a) Giải phương trình khi $m = 0,5$.b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.**CÂU 4**Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn (O) tâm O đường kính BC , đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt AC tại D .

- a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.
- b) Tiếp tuyến tại điểm A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P , cho $PB = BO = 2$ cm. Tính độ dài đoạn PA và số đo góc \widehat{APC} .
- c) Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC} = \frac{BA^2}{AC^2}$.

CÂU 5

Cây bạch đàn mỗi năm cao thêm 1 m, cây phượng mỗi năm cao thêm 50 cm. Lúc mới vào trường học, cây bạch đàn cao 1 m và cây phượng cao 3 m. Giả sử rằng tốc độ tăng trưởng chiều cao của hai loại cây không đổi qua các năm.

- a) Viết hàm số biểu diễn chiều cao mỗi loại cây theo số năm tính từ lúc mới vào trường.
- b) Sau bao nhiêu năm so với lúc mới vào trường thì cây bạch đàn sẽ cao hơn cây phượng?

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 2

§3. TOÁN CHUNG - BẠC LIÊU - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

- a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{80} + \sqrt{45}$.
- b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}+1}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$.

CÂU 2

- a) Tìm hệ số a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(-1; 2)$. Vẽ đồ thị của hàm số $y = ax^2$ với giá trị a vừa tìm được.
- b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3. \end{cases}$

CÂU 3

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m - 2 = 0$ (1), với m là tham số.

- a) Xác định các hệ số a, b, c của phương trình (1).
- b) Giải phương trình (1) khi $m = -1$.
- c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$3(x_1^2 + x_2^2) + x_1^2 x_2^2 = 11.$$

CÂU 4

Trên đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$, lấy hai điểm C, D sao cho CD vuông góc với AB tại H (H thuộc đoạn OA , khác O và A). Gọi M là điểm trên đoạn CD (M khác C và D , $CM > DM$),

E là giao điểm của AM với đường tròn (O) (E khác A), N là giao điểm của hai đường thẳng BE và CD .

- Chứng minh tứ giác $MEBH$ nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh $NC \cdot ND = NB \cdot NE$.
- Khi $AC = R$, xác định vị trí của điểm M để $2AM + AE$ đạt giá trị nhỏ nhất.

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 2

§4. TOÁN CHUNG - BÌNH PHƯỚC - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

Tính giá trị của biểu thức sau

a) $A = \sqrt{16} + \sqrt{9}$.

b) $B = \sqrt{7} + \sqrt{(4 - \sqrt{7})^2}$.

CÂU 2Cho biểu thức $P = \frac{x-9}{\sqrt{x}+3} + \sqrt{x} + 2$ với $x \geq 0$.a) Rút gọn biểu thức P .b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4$.**CÂU 3**Cho Parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = x - 2$.a) Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .b) Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.**CÂU 4**Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1. \end{cases}$$

CÂU 5

Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (m là tham số).

- Giải phương trình khi $m = 0$.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + (x_1x_2)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

CÂU 6

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 600 m^2 . Biết rằng nếu tăng chiều dài 10 m và giảm chiều rộng 5 m thì diện tích không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

CÂU 7

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết rằng $AB = 3 \text{ cm}$, $\widehat{C} = 30^\circ$.

- Tính \widehat{B} , AC , AH .
- Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $MC = 2MB$, tính diện tích tam giác AMC .

CÂU 8

Cho đường tròn (O) đường kính AB , lấy điểm C thuộc (O) (C khác A và B), tiếp tuyến của đường tròn tại B cắt AC ở K . Từ K kẻ tiếp tuyến KD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm khác B).

- Chứng minh tứ giác $BODK$ nội tiếp.
- Biết OK cắt BD tại I . Chứng minh rằng $OI \perp BD$ và $KC \cdot KA = KI \cdot KO$.
- Gọi E là trung điểm của AC , kẻ đường kính CF của đường tròn (O) , FE cắt AI tại H . Chứng minh rằng H là trung điểm của AI .

--- HẾT ---

CÂU 1

(2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ x - 3y = 5. \end{cases}$$

2) Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 4} - \frac{4x + 32}{x - 16}; x \geq 0, x \neq 16.$

a) Rút gọn biểu thức P .b) Tìm giá trị lớn nhất của P .

CÂU 2

(2,0 điểm)

1) Cho phương trình $x^2 - (m + 3)x + \frac{1}{4}m^2 + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn điều kiện $2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1 \cdot x_2 = 34$.

2) Trong hệ toạ độ Oxy , cho các đường thẳng $(d): y = ax - 4$ và $(d_1): y = -3x + 2$.

a) Biết đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1; 5)$. Tìm a .b) Tìm toạ độ giao điểm của (d_1) với trục hoành, trục tung. Tính khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đường thẳng (d_1) .

CÂU 3

(1,5 điểm) Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT, cả hai trường A và B có tổng số 380 thí sinh dự thi. Sau khi có kết quả, số thí sinh trúng tuyển của cả hai trường là 191 thí sinh. Theo thống kê thì trường A có tỉ lệ trúng tuyển là 55% tổng số thí sinh dự thi của trường A, trường B có tỉ lệ trúng tuyển là 45% tổng số thí sinh dự thi của trường B. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi?

CÂU 4

(3,5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có $AB < AC$, các đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H , đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại K .

- Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.
- Chứng minh hai tam giác KBF và KEC đồng dạng, từ đó suy ra $KB \cdot KC = KF \cdot KE$.
- Đường thẳng AK cắt lại đường tròn (O) tại G khác A , chứng minh các điểm A, G, F, E, H cùng thuộc một đường tròn.
- Gọi I là trung điểm cạnh BC , chứng minh HI vuông góc với AK .

CÂU 5

(1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2024$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a}{a + \sqrt{2024a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{2024b + ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{2024c + ab}}.$$

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1Giải phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$.**CÂU 2**Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$
CÂU 3Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{20} - 3\sqrt{45} + \frac{\sqrt{55}}{\sqrt{11}}$.**CÂU 4**Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - m$ (với m là tham số).

- Vẽ parabol (P) .
- Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $5(x_1 + x_2) = 1 - (x_1x_2)^2$.

CÂU 5

Ông A có một mảnh đất hình chữ nhật, chiều dài hơn chiều rộng 15 m. Ông A quyết định bán đi một phần mảnh đất đó. Mảnh đất còn lại sau khi bán vẫn là hình chữ nhật, nhưng so với lúc đầu thì chiều rộng đã giảm đi 5 m, chiều dài không đổi và diện tích là 300 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất lúc đầu.

CÂU 6

Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 4} + (x - 1)(x + 3) + 1 = 0$.

CÂU 7

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) (với $AB < AC$). Các đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H .

- Chứng minh $ADHE$ là tứ giác nội tiếp.
- Đường thẳng ED cắt tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) tại K và cắt đường tròn (O) tại M và N (M nằm giữa D và K). So sánh \widehat{KNC} với \widehat{KCM} và chứng minh $KC^2 = KM \cdot KN$.
- Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt MN tại P . Chứng minh $QM = QN$.

CÂU 8

Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a + b^3 = 29$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^4 - 19$.

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(2,0 điểm)**

Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $x^2 + x - 6 = 0$.

b) $x - 3\sqrt{x} = 4$.

c)
$$\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + 3y = 8. \end{cases}$$

CÂU 2**(1,5 điểm)**Cho parabol $(P): y = -0,5x^2$ và đường thẳng $(d): y = -0,5x + 2$.a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = -0,5x^2$.b) Viết phương trình đường thẳng (d_1) biết (d_1) vuông góc với (d) và (d_1) tiếp xúc với (P) .**CÂU 3****(1,5 điểm)**Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m = 0$ (1) với m là tham số.a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .b) Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 mà không phụ thuộc vào tham số m .**CÂU 4**

Bác Tư đến siêu thị mua một cái quạt máy và một ấm đun siêu tốc với tổng số tiền theo giá niêm yết là 630000 đồng. Tuy nhiên, trong tuần lễ tri ân khách hàng nên siêu thị đã giảm giá quạt máy 15% và giảm giá ấm đun siêu tốc 12% so với giá niêm yết của từng sản phẩm. Nên Bác Tư chỉ phải trả 543000 đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết (khi chưa giảm giá) của một cái quạt máy và một ấm đun siêu tốc là bao nhiêu?

CÂU 5

Cho đường tròn tâm O đường kính AB và một điểm C tùy ý trên (O) (C khác A, B và $CA < CB$). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại D . Dựng CH vuông góc với BD tại H (H nằm trên BD). Đường thẳng DO cắt CH và CB lần lượt tại M và N .

- Chứng minh tứ giác $CNHD$ nội tiếp được trong đường tròn.
- Chứng minh $CM = CO$.
- Các đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E . Chứng minh $EA \cdot EB = EC^2$.
- Khi quay tam giác DNB một vòng quanh cạnh DN ta được một hình nón. Biết $OB = 6\text{cm}$, $BD = 8\text{cm}$. Tính thể tích của hình nón tạo thành.

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1Tính $A = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$.**CÂU 2**

Nhà bạn An sản xuất thùng đựng nước có dạng hình trụ cao 8dm, bán kính đường tròn đáy 2dm. Tính thể tích một thùng đựng nước của nhà bạn An. (Biết độ dày của thùng không đáng kể, lấy $\pi = 3,14$.)

CÂU 3

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH ($H \in BC$). Biết $HB = 2\text{cm}$, $HC = 8\text{cm}$. Tính AH .

CÂU 4Giải phương trình $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.**CÂU 5**Tìm m để phương trình $x^2 - 4x - 2m + 1 = 0$ có nghiệm kép. Tính nghiệm kép của phương trình.

CÂU 6

Trên mặt phẳng toạ độ Oxy , xác định phương trình đường thẳng $(d): y = ax + b$, biết (d) đi qua hai điểm $A(1; -2)$ và $B(2; 5)$.

CÂU 7

Cho đường tròn $(O; 4\text{cm})$, lấy điểm M sao cho $OM = 8\text{cm}$. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A và B là hai tiếp điểm). Chứng minh rằng tam giác MAB là tam giác đều.

CÂU 8

Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{3\sqrt{x} + 2}{x - 4} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{4\sqrt{x}}{x - 4}$ với $x > 0, x \neq 4$.

CÂU 9

Quãng đường từ A đến B dài 50km. Một xe máy và một ô tô xuất phát cùng lúc từ A đi đến B . Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h và ô tô đến B trước xe máy 15 phút. Tính vận tốc của xe máy.

CÂU 10

Cho hai đường tròn (O) và (O') bằng nhau, cắt nhau tại A và B , kẻ các đường kính AOC , $AO'D$. Gọi E là giao điểm thứ hai của AC và (O') . Chứng minh rằng B là điểm chính giữa của cung \widehat{EBD} .

CÂU 11

Tìm m để phương trình $x^2 - (2m + 3)x + 2m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 2.

CÂU 12

Cho Ax là tiếp tuyến của đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm M thuộc Ax (điểm M khác điểm A). Vẽ cát tuyến MCD của đường tròn (C nằm giữa M và D , C và D nằm ở hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng AB), E là giao điểm BC và OM . Chứng minh rằng $\widehat{MAE} = \widehat{DAB}$.

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 2

§9. TOÁN CHUNG - HÀ NỘI - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức $A = \frac{x+2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} + \frac{3-\sqrt{x}}{x-1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- Chứng minh rằng $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$.
- Tìm tất cả giá trị của x để $A \cdot B = 4$.

CÂU 2**(2,0 điểm)**

- Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Theo kế hoạch, một phân xưởng phải làm xong 900 sản phẩm trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày phân xưởng đã làm được nhiều hơn 15 sản phẩm so với số sản phẩm phải làm trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế 3 ngày trước khi hết thời hạn, phân xưởng đã làm xong 900 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải làm bao nhiêu sản phẩm? (Giả định rằng số sản phẩm mà phân xưởng làm được trong mỗi ngày là như nhau.)
- Một khối gỗ dạng hình trụ có bán kính đáy là 30 cm và chiều cao là 120 cm. Tính thể tích của khối gỗ đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

CÂU 3**(2,5 điểm)**

- Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x-3} - 3y = 1 \\ \frac{3}{x-3} + 2y = 8. \end{cases}$$
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = (m+2)x - m$.
 - Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
 - Gọi x_1 và x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P) . Tìm tất cả các giá trị của m để

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 + x_2 - 2}.$$

CÂU 4**(3,0 điểm)**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O) . Tiếp tuyến tại điểm A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm S . Gọi I là chân đường vuông góc kẻ từ điểm O đến đường thẳng BC .

- Chứng minh tứ giác $SAOI$ là tứ giác nội tiếp.
- Gọi H và D lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng SO và SC . Chứng minh $\widehat{OAH} = \widehat{IAD}$.
- Vẽ đường cao CE của tam giác ABC . Gọi Q là trung điểm của đoạn thẳng BE . Đường thẳng QD cắt đường thẳng AH tại điểm K . Chứng minh $BQ \cdot BA = BD \cdot BI$ và đường thẳng CK song song với đường thẳng SO .

CÂU 5**(0,5 điểm)**

Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $a + b \leq 2$. Chứng minh

$$\frac{a^2}{a^2 + b} + \frac{b^2}{b^2 + a} \leq 1.$$

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 2

§10. TOÁN CHUNG - ĐỒNG THẤP - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

- a) Tính giá trị biểu thức $A = 2\sqrt{81} - \sqrt{25}$
- b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

CÂU 2

- a) Giải phương trình $x(x-4) + 3 = 0$.
- b) Cho phương trình $x^2 - 5x - 14 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $P = \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$.

CÂU 3

- a) Hai bạn An và Nam cùng mang số tiền như nhau đến nhà sách để mua tập. An mua loại tập giá 11000 đồng một quyển, Nam mua loại tập giá 12000 đồng một quyển. Khi đến nhà sách hai bạn mới biết nhân dịp “Ngày sách và văn hóa đọc Việt Nam năm 2023” nhà sách có chương trình giảm giá cho các loại tập, sách, văn phòng phẩm, ... trong đó có giảm 20% cho các loại tập. Vì thế số tập của bạn An mua được nhiều hơn số tập của bạn Nam mua là 2 quyển. Tính số tập của mỗi bạn đã mua và số tiền mỗi bạn phải trả.
- b) Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P) . Hãy vẽ đồ thị (P) và tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng $(d): y = 2x$.

CÂU 4

- a) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ cm, $AD = 3$ cm và O là giao điểm hai đường chéo. Kẻ đường cao AH của tam giác ABD ($H \in BD$). Tính độ dài các đoạn thẳng BD , AH và OH .
- b) Một khối kim loại đặc có hình dạng là một hình trụ và nửa hình cầu, bán kính nửa hình cầu bằng bán kính đáy hình trụ (tham khảo hình vẽ bên). Biết chiều cao của hình trụ là $h = 4$ cm và bán kính đáy là $R = 3$ cm. Tính thể tích khối kim loại.

CÂU 5

Cho đường tròn (O) đường kính AB , C là điểm nằm trên đường tròn (O) (khác A, B) sao cho $CB > CA$. Kẻ đường cao CH ($H \in AB$) của tam giác ABC , tiếp tuyến tại C và A của đường tròn (O) cắt nhau tại M .

- a) Chứng minh tứ giác $AMCO$ nội tiếp đường tròn.
- b) Gọi I là giao điểm của CH và BM . Chứng minh I là trung điểm của CH .

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 2

§11. TOÁN CHUNG - ĐIỆN BIÊN - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

BÀI 1**(2.5 điểm)**

- a) Tính giá trị của biểu thức: $M = \sqrt{81} + 2\sqrt{9} - \sqrt{25}$.
- b) Giải phương trình: $x^2 - 7x + 6 = 0$.
- c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$
.

BÀI 2**(1.5 điểm)**

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x - 4}$ (với $x \geq 0$; $x \neq 4$).

- a) Rút gọn biểu thức B .
- b) Cho biểu thức $P = A \cdot B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P \leq -1$.

BÀI 3**(2.0 điểm)**

- a) Một ô tô và một xe máy khởi hành cùng một lúc để đi từ A đến B với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB . Biết quãng đường AB dài 240 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20 km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 2 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.
- b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2x + m$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn: $y_1 + y_2 + 3x_1x_2 = 1$.

BÀI 4**(3.0 điểm)**

Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Kẻ Ax là tiếp tuyến của đường tròn tâm O . Trên tia Ax lấy điểm C ($C \neq A$), CB cắt đường tròn tại điểm D . Gọi I là giao điểm của OC và AD . Kẻ AH vuông góc với OC tại điểm H , AH cắt BC tại điểm M .

- Chứng minh tứ giác $DMHI$ nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh $OH \cdot OC = R^2$ và $\triangle OHB$ đồng dạng với $\triangle OBC$.
- Chứng minh $\frac{MD}{MB} = \frac{HD}{HB}$.

BÀI 5**(1.0 điểm)**

- Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên a thì biểu thức:

$$A = \frac{a^3}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5} \text{ cũng là một số tự nhiên.}$$

- Cho $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b^3 + ab} + \frac{b}{c^3 + bc} + \frac{c}{a^3 + ca} \geq \frac{3}{2}$.

- - - HẾT - - -

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 2

§12. TOÁN CHUNG - CAO BẰNG - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(4,0 điểm)**

- a) Thực hiện phép tính: $11 - 2\sqrt{16}$.
- b) Tìm b để đồ thị hàm số $y = 2x + b$ đi qua điểm $M(1; 4)$.
- c) Giải phương trình: $x^2 - 6x + 5 = 0$.
- d) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 5. \end{cases}$$

CÂU 2**(2,0 điểm)**

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 180 m. Nếu tăng chiều rộng mảnh vườn lên thêm 20 m và giảm chiều dài đi 20 m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn.

CÂU 3**(1,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AC = 8$ cm; $BC = 10$ cm.

- a) Tính độ dài cạnh AB .
- b) Kẻ đường cao AH . Tính độ dài đoạn thẳng HC .

CÂU 4**(2,0 điểm)**

Cho đường tròn (O) đường kính AB , trên đoạn thẳng OB lấy điểm C sao cho C không trùng với O và B . Gọi H là trung điểm của AC , kẻ dây cung DE của đường tròn (O) vuông góc với AC tại H . Gọi K là giao điểm của BD với đường tròn đường kính BC .

- a) Chứng minh tứ giác $DHCK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh ba điểm E, C, K thẳng hàng.

CÂU 5**(1,0 điểm)**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol $(P): y = x^2$ (m là tham số).

- a) Chứng minh đường thẳng d luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.
- b) Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1x_2} + 1$.

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 2

§13. TOÁN CHUNG - CÀ MAU - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

- a) Thực hiện phép tính, tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2023}{\sqrt{8}-6} - \frac{2023}{\sqrt{8}+6}$.
- b) Rút gọn biểu thức $Q = \left(3 - \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}\right) \left(3 + \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}\right)$ (với $x \geq 0, x \neq 1$).

CÂU 2

- a) Giải phương trình $x^2 + 5x + 36 = 0$.
- b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 4047 \\ 2x - 3y = -2021 \end{cases}$

CÂU 3

Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho parabol $(P) : y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d) : y = \frac{5}{2}x - 2$.

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

CÂU 4

Học viện nhi khoa Hoa Kỳ và Hiệp hội nhi khoa Canada đã chỉ ra: Đối với những người từ 6 đến 18 tuổi chỉ nên sử dụng công nghệ, điện thoại di động không quá 2 giờ mỗi ngày để tránh tăng nguy cơ mắc các bệnh béo phì, rối loạn tâm thần, suy giảm trí nhớ, tim mạch, ... (Theo Báo Lao động

ngày 19/03/2021).

Tại một địa phương, các cơ quan y tế đã làm cuộc khảo sát đối với 120 trẻ vị thành niên đã liên tục dành nhiều hơn 2 giờ mỗi ngày để sử dụng mạng xã hội trên các thiết bị điện tử (máy tính, điện thoại di động,...). Kết quả là, có 45% số em mắc một trong hai loại bệnh gồm bệnh suy giảm trí nhớ và bệnh về tim mạch. Trong đó, số em mắc bệnh suy giảm trí nhớ gấp 4,4 lần số em mắc bệnh về tim mạch. Hãy tính xem trong cuộc khảo sát ở trên có bao nhiêu em mắc bệnh suy giảm trí nhớ?

CÂU 5

Cho tam giác ABC vuông tại B , biết $\widehat{BAC} = 30^\circ$ và $AB = 3$ (cm). Gọi D là điểm đối xứng của B qua AC .

- Chứng minh tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn, xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.
- Chứng minh rằng tứ giác $BCDO$ là hình thoi và tính diện tích của hình thoi $BCDO$.
- Gọi E là giao điểm của hai tiếp tuyến tại A và D của đường tròn (O) . Chứng minh E, O, B thẳng hàng.
- Đoạn thẳng EO cắt đường tròn (O) và dây AD lần lượt tại K và I . Chứng minh rằng $EK \cdot EB = EI \cdot EO$.

CÂU 6

Cho phương trình: $mx^2 + nx + p = 0$ (m, n, p là các tham số $m \neq 0$). Chứng minh rằng, phương trình trên có nghiệm này gấp đôi nghiệm kia khi và chỉ khi $9mp = 2n^2$.

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 2

§14. TOÁN CHUNG - BÌNH THUẬN - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + 2x - 3 = 0.$

b)
$$\begin{cases} -x + 3y = 5 \\ x + y = 3. \end{cases}$$

CÂU 2

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = (\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{48})\sqrt{3}.$

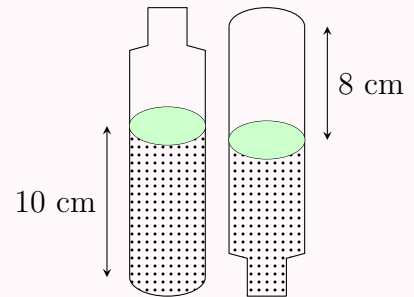
b) $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3\sqrt{x}},$ với $x > 0$ và $x \neq 1.$

CÂU 3Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị $(P).$ a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ $Oxy.$ b) Tìm giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 1$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 2024 < x_2.$ **CÂU 4**

Một công ty dự định thuê một số xe lớn cùng loại để chở vừa hết 210 người đi du lịch Mũi Né. Nhưng thực tế, công ty lại thuê toàn bộ xe nhỏ hơn cùng loại. Biết rằng số xe nhỏ phải thuê nhiều hơn số xe lớn là 2 chiếc thì mới chở vừa hết số người trên và mỗi xe nhỏ chở ít hơn mỗi xe lớn là 12 người. Tính số xe nhỏ đã thuê.

CÂU 5

Một cái chai có chứa một lượng nước, phần chứa nước là hình trụ có chiều cao 10 cm, khi lật ngược chai lại thì phần không chứa nước cũng là một hình trụ có chiều cao 8 cm (như hình vẽ bên). Biết thể tích của chai là $450\pi \text{ cm}^3$. Tính bán kính của đáy chai (giả sử độ dày của thành chai và đáy chai không đáng kể).

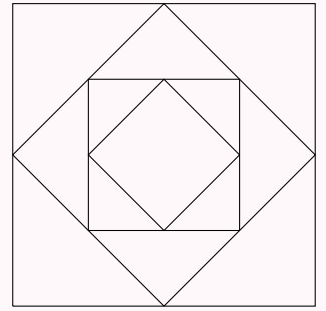
**CÂU 6**

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A , vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là hai tiếp điểm).

- Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.
- Vẽ đường kính CE , nối AE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F . Chứng minh $AB^2 = AE \cdot AF$.
- Cho OA cắt BC tại H , BF cắt OA tại I . Chứng minh I là trung điểm của AH .

CÂU 7

Từ hình vuông đầu tiên, Hùng vẽ hình vuông thứ hai có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông thứ nhất, vẽ tiếp hình vuông thứ ba có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông thứ hai và cứ tiếp tục như vậy (xem hình minh họa bên). Giả sử hình vuông thứ bảy có diện tích bằng $32 \text{ (cm}^2\text{)}$. Tính diện tích hình vuông thứ năm.



--- HẾT ---



ĐỀ THAM KHẢO TOÁN CHUYÊN

H

TÀI LIỆU ÔN TẬP

TUYỂN SINH 10 - TOÁN CHUYÊN

GV: Vũ Ngọc Huy: _____ DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT _____

KH - CHƯƠNG 3

§1. TOÁN CHUYÊN - ĐỒNG THÁP - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh: Lớp:

CÂU 1

(2,0 điểm) Cho biểu thức $T = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) \left(\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \right)$ (với $x > 0, x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức T .

$$a. T = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $3T - 2 = 0$.

$$a. x = 9$$

CÂU 2

(1,0 điểm) Giải phương trình $\sqrt{2x-1} = 3-2x$.

$$a. x = 1$$


CÂU 3

(1,0 điểm) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ dm, $AB = 2AD$. Đường thẳng d vuông góc với AC tại C , đường thẳng d cắt hai đường thẳng AB, BD lần lượt tại E và I . Tính độ dài các đoạn thẳng BD, BE và ID .

$$a. BD = 2\sqrt{5} \text{ dm}; BE = 1 \text{ dm}; ID = \frac{8\sqrt{5}}{3} \text{ dm}$$

CÂU 4

(1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (m + 1)x + 1$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| > |x_2|$.

 $m < -1$

CÂU 5

(1,0 điểm) Do ảnh hưởng của đại dịch COVID-19, trong một đợt kiểm tra thường xuyên môn Toán, giáo viên đã chia lớp thành 3 nhóm, mỗi học sinh chỉ được chọn một trong 3 nhóm:

Nhóm A: Kiểm tra trực tiếp tại lớp với hình thức tự luận.


Nhóm B: Kiểm tra trực tuyến với hình thức trắc nghiệm.

Nhóm C: Làm bài thu hoạch cá nhân theo chuyên đề đã học.

Sau khi kiểm tra, điểm trung bình của các em học sinh được thống kê theo bảng sau:


Nhóm	A	B	C	A và B	B và C
Điểm trung bình	9,0	8,0	8,5	8,4	8,2

Biết nhóm A có 10 học sinh lựa chọn. Tính số học sinh và điểm trung bình của lớp đó trong đợt kiểm tra thường xuyên trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

 35 học sinh

CÂU 6

(1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy + 1 = 2x + y \\ \sqrt{3x + 1} - 2\sqrt{1 - y} = y. \end{cases}$$

 (0; 1) và (1; 0)

CÂU 7

(3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn với $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE, CQ cắt nhau tại H (với $D \in BC, E \in AC, Q \in AB$). Gọi M là trung điểm BC , T là giao của EQ với BC .

a) Chứng minh $AEDB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh tứ giác $EQDM$ nội tiếp và $TD \cdot TM = TB \cdot TC$.

c) Chứng minh H là trực tâm của tam giác ATM .

- - - HẾT - - -

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

- a) Giải phương trình

$$2x + 1 + 2\sqrt{4x^2 + 6x} = 4\sqrt{5x - x^2}.$$

- b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy(x + y) = 30 \\ x^3 + y^3 = 30 + \sqrt[3]{x + y + 120}. \end{cases}$$

CÂU 2

- a) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương
- $(x; y)$
- thỏa mãn

$$4^x + (1 + 3^y)(1 + 7^y) = 2^x(3^y + 7^y + 2).$$

- b) Với
- x, y, z
- là những số thực dương, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{x^{14} - x^6 + 3}{x^2y^2 + zx + zy} + \frac{y^{14} - y^6 + 3}{y^2z^2 + xy + xz} + \frac{z^{14} - z^6 + 3}{z^2x^2 + yz + yx}.$$

CÂU 3

Cho tam giác ABC nhọn với $AB < AC$ nội tiếp trong đường tròn (O) có tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC ở T sao cho $TB > BC$. Gọi P và E lần lượt là trung điểm của TA và TC .

- Chứng minh rằng tứ giác $APEB$ nội tiếp.
- Gọi giao điểm thứ hai của AE với (O) là F . Lấy G thuộc (O) sao cho FG song song với AC . Chứng minh rằng $\widehat{ATG} = \widehat{TAF}$.
- Gọi H là trực tâm của tam giác ABC , D là giao điểm của AH và BC . M là trung điểm BC . K đối xứng với A qua BC . N thuộc đường thẳng AM sao cho KN song song với HM . Lấy S thuộc BC sao cho $NS \perp NK$. Dựng R thuộc tia AK sao cho $AR \cdot AH = AD^2$. Q là điểm sao cho $PQ \perp AS$ và $SQ \perp AO$. Chứng minh rằng điểm đối xứng của A qua QR thuộc đường tròn đường kính DN .

CÂU 4

Viết một trăm số nguyên dương đầu tiên $1, 2, 3, \dots, 100$ vào một bảng ô vuông kích thước 10×10 một cách tùy ý sao cho mỗi ô được viết đúng một số. Chứng minh rằng tồn tại hai ô kề nhau (2 ô có cạnh chung) mà hai số viết ở hai ô này có hiệu lớn hơn hoặc bằng 10.

- - - HẾT - - -

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(2 điểm)**

Cho biểu thức $A = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} : \left(\frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$.

- Rút gọn biểu thức A .
- Chứng minh rằng $A > 1$.

CÂU 2**(2 điểm)**

- Tìm m, n để đường thẳng $(d): y = mx + n$ đi qua điểm $A(2; 3)$ và cắt đường thẳng $y = x - 2$ tại điểm có hoành độ bằng -1 .

- Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{2x+2} + y = 6 \\ \frac{1}{x+1} - 2y = -4. \end{cases}$$

CÂU 3**(2 điểm)**

Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 4 = 0$ (m là tham số).

- Giải phương trình khi $m = 6$.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $6x_1^2 + 6x_1x_2 = (m + 1)(x_1^3 + x_2^3 - 12x_2)$.

CÂU 4**(3 điểm)**

Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên đường tròn (O) lấy điểm C không trùng với B sao cho $CA > CB$. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau tại D . Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB , E là giao điểm của hai đường thẳng OD và AC .

- a) Chứng minh tứ giác $OADC$ nội tiếp đường tròn.
- b) Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng CD và AB . Chứng minh $2\widehat{BCF} + \widehat{CFB} = 90^\circ$.
- c) Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng BD và CH . Chứng minh $\frac{OC}{EM} - \frac{EO}{ED} = 1$.

CÂU 5**(1 điểm)**

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + 5}{ab + bc + ca + 1}$$

- - - HẾT - - -

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(2,0 điểm)**

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x} - 1}{1 + x + \sqrt{x}} \right) \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{x - 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - \sqrt{x} - 2} \right)$

với $x \geq 0$, $x \neq 1$, $x \neq 4$.

- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm tất cả các số nguyên của x để $|2A - 1| + 1 = 2A$.

CÂU 2**(2,0 điểm)**

- Giải phương trình $(x - 1)\sqrt{x^2 + 6x + 16} = 2x^2 - 6x + 4$.
- Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^3 + xy(2y - x) + 2x^2 + 6x = xy + y^3 + 3y \\ \sqrt{3(x^2 + y) + 7} + \sqrt{5x^2 + 5y + 14} = 4 - y - x^2. \end{cases}$

CÂU 3**(1,0 điểm)**

Tìm tất cả các số tự nhiên n để $2^{2024} + 2^{2027} + 2^n$ là số chính phương.

CÂU 4**(4,0 điểm)**

Cho đường tròn (O) có dây cung BC cố định và không đi qua tâm O . Gọi A là điểm di động trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC nhọn và $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC và H là trực tâm tam giác ABC . Tia MH cắt đường tròn (O) tại K , đường thẳng AH cắt cạnh BC tại D và AE là đường kính của đường tròn (O) .

- Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{CAE}$.

- b) Chứng minh rằng tứ giác $BHCE$ là hình bình hành và $HA \cdot HD = HK \cdot HM$.
- c) Tia KD cắt đường tròn (O) tại I (I khác K), đường thẳng đi qua I và vuông góc với đường thẳng BC cắt AM tại J . Chứng minh rằng các đường thẳng AK , BC và HJ cùng đi qua một điểm.
- d) Một đường tròn thay đổi luôn tiếp xúc với AK tại A và cắt các cạnh AB , AC lần lượt tại P , Q phân biệt. Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng PQ . Chứng minh rằng đường thẳng AN luôn đi qua một điểm cố định.

CÂU 5**(1,0 điểm)**

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{5a^2 + 2ab + 2b^2}} + \frac{1}{\sqrt{5b^2 + 2bc + 2c^2}} + \frac{1}{\sqrt{5c^2 + 2ca + 2a^2}}.$$

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(2 điểm)**

Cho biểu thức $P = \left(\frac{x-3}{x-\sqrt{x}+1} - 1 \right) : \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right)$ với $x > 0$.

- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

CÂU 2**(2 điểm)**

- Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+1)^2 - y^2 + 4y - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

- Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d) : y = (m+1)x - 2m + 3$ (m là tham số) và parabol $(P) : y = x^2$. Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ hai giao điểm, xác định m để $|x_1|, |x_2|$ là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{10}$.

CÂU 3**(2 điểm)**

- Tìm tất cả các số nguyên n để $A = n^2 + 4n + 7$ là một số chính phương.
- Chứng minh rằng $M = (p-1)(p+1)$ chia hết cho 12 với p là số nguyên tố lớn hơn 3.

CÂU 4**(3 điểm)**

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B . Điểm C thuộc đường tròn (O) sao cho C và O cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB . Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm C cắt đường thẳng AB tại D . Đường tròn tâm D bán kính DC cắt đường tròn (O)

tại điểm thứ hai E , cắt đường tròn (O') tại F và G trong đó F nằm bên trong đường tròn (O) . Gọi H là giao điểm của DO với CE , K là giao điểm của DO' và FG .

- Chứng minh $DC^2 = DA \cdot DB$ và DG là tiếp tuyến của đường tròn (O') .
- Chứng minh tứ giác $OHKO'$ nội tiếp.
- Chứng minh CE, FG và AB đồng quy.

CÂU 5**(1 điểm)**

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{4a^2 + b^2 + c^2} + \frac{1}{a^2 + 4b^2 + c^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 4c^2} \leq \frac{1}{2}.$$

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(1,5 điểm)**

Cho biểu thức $T = \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} \right) \left(\frac{\sqrt{a}}{4} - \frac{1}{4\sqrt{a}} \right)^2$ với $a > 0, a \neq 1$.

- Rút gọn biểu thức T .
- Tìm tất cả các giá trị của a để $T = -\sqrt{a} - 1$.

CÂU 2**(2,0 điểm)**

- Nhân dịp kỉ niệm 10 năm thành lập, cửa hàng GNH có thực hiện chương trình giảm giá cho mặt hàng X là 20% và mặt hàng Y là 15% so với giá niêm yết. Bà Giới mua 2 món hàng X và 1 món hàng Y phải trả số tiền là 395 000 đồng. Ngày cuối cùng của chương trình, cửa hàng thay đổi bằng cách giảm giá mặt hàng X là 30% và mặt hàng Y là 25%. Vào ngày hôm đó, cô Định mua 3 món hàng X và 2 món hàng Y thì trả số tiền là 603 000 đồng. Tính giá niêm yết của mỗi món hàng X và Y (giá niêm yết là giá ghi trên món hàng nhưng chưa thực hiện giảm giá).
- Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $4x_1 + 3x_2 = 1$.

CÂU 3**(1,0 điểm)**

Giải phương trình: $x^2 - 5x + 2 + (3 - 2x)\sqrt{x^2 + x + 2} = 0$.

CÂU 4**(2,5 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Từ A và B lần lượt kẻ hai tiếp tuyến Au, Bv

với nửa đường tròn. Qua một điểm C thuộc nửa đường tròn (C khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, nó cắt Au và Bv theo thứ tự ở M và N .

- Chứng minh tứ giác $AMCO$ nội tiếp đường tròn và $\widehat{CBO} = \widehat{CNO}$.
- Kẻ CH vuông góc với AB tại H , gọi K là giao điểm của CH với AN . Chứng minh ba điểm M, K, B thẳng hàng.
- Gọi S là diện tích của tam giác ABC ; S_1 là diện tích của tam giác MON . Hãy tính tỉ số $\frac{S_1}{S}$ khi $AM = 1,5R$.

CÂU 5**(1,0 điểm)**

Ông Tuệ khóa kết sắt bằng mật mã có 4 chữ số. Ông chỉ nhớ rằng trong 4 chữ số đó không có chữ số 0 và tổng của chúng bằng 9. Hỏi ông Tuệ phải thử tối đa bao nhiêu lần mật mã khác nhau để chắc chắn mở được kết sắt đó?

CÂU 6**(1,0 điểm)**

Cho $a \geq 0, b \geq 0$ thỏa mãn $2a + 3b \leq 6$ và $2a + b \leq 4$. Chứng minh rằng

$$-\frac{22}{9} \leq a^2 - 2a - b \leq 0.$$

CÂU 7**(1,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M là một điểm trên cạnh BC , I và K lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM và tam giác ACM . Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AIK nhỏ nhất.

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 3

§7. TOÁN CHUYÊN - PHAN BỘI CHÂU - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

- a) Giải phương trình $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x - 3 = 0$.
- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - \sqrt{x+y} = \sqrt{2y-x^2+2x} \\ (2 - \sqrt{x+y})\sqrt{x^2+4} = 2\sqrt{3x}. \end{cases}$$

CÂU 2

- a) Tìm $x \in \mathbb{R}$ sao cho $x + \sqrt{2024}$ và $\frac{1}{x} - \sqrt{2024}$ đều là các số nguyên.
- b) Tìm số nguyên dương a nhỏ nhất sao cho $2a$ là số lập phương và $5a$ là số chính phương.

CÂU 3

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a, b, c \geq 1$ và $a^2 + 4b^2 + c^2 + 2ab + 12 = 3(a + 5b + c)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{a^3}{a + (a+b)^2} + \frac{a^2}{a + c^2}$.

CÂU 4

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Trên đường tròn (O) lấy điểm D khác phía A so với đường thẳng BC ($BD > AC$). Qua B kẻ đường thẳng d song song với CD . Đường thẳng d cắt đường thẳng AC tại E , cắt đường tròn (O) tại F (F khác B).

- a) Gọi J là trung điểm của EC . Chứng minh rằng 4 điểm A, F, O, J cùng nằm trên một đường tròn.
- b) Đường thẳng OE cắt đường thẳng AD tại I . Chứng minh rằng $\widehat{IBA} = \widehat{BDA}$.

- c) Trên tia BD lấy điểm M sao cho $BM = BA$. Đường thẳng AM cắt đường thẳng DC tại N , đường thẳng BN cắt (O) tại K (K khác B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC . Đường thẳng BD cắt các đường thẳng NH, CK lần lượt tại P, Q .

Chứng minh rằng $\frac{1}{PM} = \frac{1}{MQ} + \frac{1}{BM}$.

CÂU 5

Cho một đa giác lồi có diện tích bằng 2024 cm^2 . Chứng minh rằng bao giờ cũng vẽ được trong đa giác đó một tam giác có diện tích không nhỏ hơn 759 cm^2 .

- - - HẾT - - -

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 3

§8. TOÁN CHUYÊN - PTNK-TPHCM - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1**(1,0 điểm)**

Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} (x+y)\left(4+\frac{1}{xy}\right)=1 \\ \left(4x+\frac{1}{x}\right)\left(4y+\frac{1}{y}\right)=-20. \end{cases}$$

CÂU 2**(2,0 điểm)**Cho các số $a, b, c > 0$ thỏa mãn $ab + bc + ca = abc$.

a) Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \leq \sqrt{3}$.

b) Chứng minh rằng: $(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \leq abc \leq \frac{(a+b+c)^2}{3}$.

CÂU 3**(1,5 điểm)**Cho bảng 4×4 được tô bằng ô đen hoặc trắng sao cho

i. mỗi hàng có số ô đen bằng nhau;

ii. mỗi cột có số ô đen đôi một khác nhau.

a) Tìm số ô đen ở mỗi hàng.

b) Một cặp ô được gọi là “tốt” khi có một ô đen và một ô trắng đứng cạnh nhau. Tìm số cặp tốt nhiều nhất tính ‘eo hàng; số cặp tốt nhiều nhất tính theo cột.

CÂU 4**(2,0 điểm)**

Cho m, n là các số nguyên không âm thỏa mãn $m^2 - n = 1$. Đặt $a = n^2 - m$.

- Chứng minh rằng a là số lẻ.
- Giả sử $a = 3 \cdot 2^k + 1$, k là số nguyên không âm. Chứng minh rằng $k = 1$.
- Chứng minh rằng a không là số chính phương.

CÂU 5**(3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC có đường tròn nội tiếp (I) . D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của (I) với BC, CA, AB . Gọi L là chân đường phân giác ngoài của $\angle BAC$ ($L \in BC$). Vẽ tiếp tuyến LH với đường tròn (I) ($H \neq D$ là tiếp điểm).

- Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác HAL đi qua tâm I .
- Chứng minh $\angle BAD = \angle CAH$.
- AH kéo dài cắt (I) tại K ($K \neq H$). Gọi G là trọng tâm của tam giác KEF . DG cắt EF tại J . Chứng minh rằng $KJ \perp EF$.
- Gọi S là trung điểm BC , KJ cắt (I) tại R ($R \neq K$). Chứng minh rằng AS, IR, EF đồng quy.

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

a) Cho biểu thức $A = \frac{5x + 15\sqrt{x}}{x - 9} + \frac{3(x + 4\sqrt{x} + 3)}{x + 5\sqrt{x} + 6} - \frac{15}{x - \sqrt{x} - 6}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 0$.

Rút gọn biểu thức A và tìm tất cả các số nguyên x để $\frac{A}{4}$ là số nguyên.

b) Tìm tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số hàng đơn vị bằng tổng các nghịch đảo của các chữ số hàng nghìn, hàng trăm và hàng chục.

CÂU 2

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = \frac{1}{2}x + 1$. Đường thẳng (d') : $y = ax + b$ song song với đường thẳng (d) và cắt (P) tại hai điểm A, B . Biết điểm A có hoành độ bằng 2, tìm các hệ số a, b và diện tích tam giác OAB (với O là gốc tọa độ).

CÂU 3

a) Giải phương trình $x + 4 = 2(\sqrt{2x + 1} + \sqrt{x - 3})$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5 \\ 2x - y + xy = 5. \end{cases}$

CÂU 4

Cho hình bình hành $ABCD$ (tam giác ABC nhọn). Gọi M là trung điểm của AB , H là hình chiếu

vuông góc của A trên đường thẳng BC , E là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng AD .

- Chứng minh tứ giác $CDEH$ là hình thang cân.
- Đường thẳng CM cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại K (K khác C). Chứng minh $MH^2 = MK \cdot MC$ và $\widehat{KHM} = \widehat{KDA}$.

CÂU 5

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H . Gọi M, N lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng BE, CF với đường tròn (O) (M khác B, N khác C). Đường thẳng MN lần lượt cắt hai đường thẳng BC, AC tại D, L .

- Chứng minh $AH^2 = AL \cdot AC$.
- Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC . Chứng minh AI vuông góc với DH .

CÂU 6

Cho ba số thực dương x, y, z , thỏa mãn $x + y + z = 3$ và biểu thức

$$T = \sqrt{x^2 + kyz} + \sqrt{y^2 + kxz} + \sqrt{z^2 + kxy} \quad (k \text{ là số thực không âm}).$$

- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức T khi $k = 2$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức T khi $k = 1$.

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

Cho a, b là các số thực, $b \neq 0$, thỏa mãn điều kiện

$$a^2 + b^2 = \frac{4b^2}{\sqrt{a^2 + b^2} + a} + a\sqrt{a^2 + b^2}.$$

Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

CÂU 2

a) Giải phương trình $x = \frac{5}{x-1} + 2\sqrt{x-2}$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{9y+49}{x+y} + x + y = 23 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 7(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \end{cases}$$

CÂU 3

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), có đường cao AH . Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC , tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F . Gọi J là giao điểm của AI và DE , K là trung điểm AB .

- Chứng minh tứ giác $BIJD$ nội tiếp.
- Gọi M là giao điểm của KI và AC , N là giao điểm của AH và ED . Chứng minh $AM = AN$.
- Gọi Q là giao điểm của DI và EF , P là trung điểm của BC . Chứng minh ba điểm A, P, Q thẳng hàng.

CÂU 4

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{1 + 4xy + 2x + 2y} + 2z = 5$.

- a) Chứng minh $\frac{1}{\sqrt{(2x+1)(2y+1)}} + \frac{1}{2z+1} \geq \frac{2}{3}$.
- b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x+1}{2x+1} + \frac{y+1}{2y+1} + \frac{2z+3}{4z+2}$.

CÂU 5

Cho đường tròn tâm O nội tiếp hình thoi $ABCD$. Gọi E, F, G, H là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA sao cho EF, GH cùng tiếp xúc với (O) .

- a) Chứng minh $CG \cdot AH = AO^2$.
- b) Chứng minh EH song song với FG .

CÂU 6

Xét các số nguyên $a < b < c$ thỏa mãn $n = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ là số nguyên tố.

- a) Chứng minh $a < 0$.
- b) Tìm tất cả các số nguyên a, b, c ($a < b < c$) sao cho n là một ước của 2023.

- - - HẾT - - -

KH - CHƯƠNG 3

§11. TOÁN CHUYÊN - TIỀN GIANG - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

- Tính giá trị của biểu thức $P = (x^2 + 2x + 2021)^{2024}$ tại $x = \sqrt{\frac{2}{4 - \sqrt{15}}} - \frac{4}{\sqrt{5} - 1}$.
- Giải phương trình $2x^2 + 2x - 1 = 3x\sqrt{2x - 1}$.
- Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^3 = 2x + 4y & (1) \\ 2x^3 + y^3 = 3x + 3y & (2). \end{cases}$

CÂU 2

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2(m - 1)x + 3$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 5$.
- Chứng minh rằng phương trình $(ax^2 + 2bx + c)(bx^2 + 2cx + a)(cx^2 + 2ax + b) = 0$ luôn có nghiệm với mọi số thực a, b, c .
- Cho hai số thực x và y thỏa mãn $x > 1, y > 1$
 - Chứng minh rằng $\frac{x}{\sqrt{x-1}} \geq 2$.
 - Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1}$.

CÂU 3

- Cho hai số nguyên p, q thỏa mãn đẳng thức $p^2 + q^2 = 2(3pq - 4)$. (*)
- Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai số p, q là bội của 3.
 - Tìm tất cả các cặp số nguyên tố $(p; q)$ thỏa (*)

CÂU 4

Cho đường tròn tâm O và một điểm A ở ngoài đường tròn đó. Qua điểm A vẽ hai tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC , D là trung điểm của AC , tia BD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E .

- 1) Chứng minh $CDEH$ là một tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh rằng $DA^2 = DE \cdot DB$
- 3) Gọi F là giao điểm thứ hai của AE với đường tròn (O) . Chứng minh OC là đường trung trực của đoạn thẳng BF

--- HẾT ---

Họ và tên học sinh:

Lớp:

BÀI 1

(1,0 điểm) Thực hiện phép tính, tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{2032 + 6\sqrt{2023}} + \sqrt{2032 - 6\sqrt{2023}}$.

b) $B = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024} + \sqrt{2023}}$.

BÀI 2

(1,0 điểm) Giải các phương trình:

a) $3\sqrt{x^2 + 3x} + 3x = 10 - x^2$.

b) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} = 0$.

BÀI 3(1,5 điểm) Cho đường thẳng $d_1: (m-2)x + y = 3m + x - 5$ (với m là tham số) và đường thẳng $d_2: y = -2x + 6$.a) Chứng tỏ rằng, với mọi m thì đường thẳng d_1 luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định đó.b) Khi $m = \frac{5}{2}$, vẽ d_1 và d_2 trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy . Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm: d_1 và d_2 ; d_1 và trục Ox ; d_2 và trục Ox . Tính diện tích của tam giác ABC .**BÀI 4**(1,5 điểm) Năm học 2022-2023, hai trường THCS A và trường THCS B có tổng cộng 72 em học sinh

thi đỗ vào lớp 10 trường chuyên của tỉnh. Kết quả tính chung cả hai trường thì tỉ lệ đỗ là 56,25%. Nếu tính riêng tỉ lệ đỗ của trường THCS A là 50%, trường THCS B là 60%. Hỏi trường THCS A và trường THCS B mỗi trường có bao nhiêu học sinh dự thi vào lớp 10 trường chuyên của tỉnh ở năm học 2022 - 2023?

BÀI 5

(1,0 điểm) Cho a, b là các số thực tùy ý, thỏa $3a + 4b = 51$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{(a - 6)^2 + (b - 2)^2}.$$

BÀI 6

(3,0 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A và $\widehat{BAC} = 40^\circ$. Gọi E là điểm đối xứng của C qua AB , F là điểm đối xứng của B qua AC .

- Chứng minh rằng tứ giác $BEFC$ nội tiếp một đường tròn và tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BEFC$.
- Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác EBC, FBC và ABC . Chứng minh rằng các đường thẳng EG_1, FG_2 và AG_3 đồng quy.
- Cho $AB = a$, chứng minh rằng $\triangle G_1G_2G_3$ đồng dạng với $\triangle EFA$ và tính diện tích $\triangle G_1G_2G_3$ theo a .

BÀI 7

(1,0 điểm) Tìm các số nguyên a để giá trị của biểu thức $\sqrt{519 - a^2 - 2a} + 3$ là một số chính phương lẻ.

--- HẾT ---

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 3

§13. TOÁN CHUYÊN - LÊ KHIẾT - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

- a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{a + 2\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a} + 1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a + 1} \right)$, với $a \geq 0, a \neq 1$.
- b) Cho hai đường thẳng $(d_1) : y = 2x + 4$ và $(d_2) : y = (m^2 - 2)x + m + 2$. Tìm m để (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm thuộc trục hoành.

CÂU 2

- a) Cho số nguyên a , biết a chia cho 3 dư 2 và a chia cho 7 dư 3. Tìm số dư khi a chia cho 21.
- b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - xy = -4x + 2y + 1$.

CÂU 3

- a) Giải phương trình $(x - 1)^2 - x\sqrt{x - 1} + 1 = 0$.
- b) Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 4m - 1 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn giá trị của biểu thức $\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2}$ là số nguyên.
- c) Cho 2 số dương a, b thỏa mãn điều kiện $2024a + 1011b \leq 2023$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{20}{a} + \frac{23}{b} - 1944a - 988b$.

CÂU 4

- a) Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) . Hai tia AB và DC cắt nhau tại E sao cho $\widehat{AED} = 40^\circ$, hai tia BC và AD cắt nhau tại F sao cho $\widehat{AFB} = 30^\circ$. Tính số đo các góc trong của tứ giác $ABCD$.
- b) Cho đường tròn (O) và BC là dây cung cố định khác đường kính của (O) , A là điểm di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi (I) là đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Tia phân giác của góc \widehat{BAC} cắt (O) tại D khác A .
1. Chứng minh tam giác DBI cân. Từ đó suy ra D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IBC .
 2. Gọi E, P, Q lần lượt là các tiếp điểm của (I) với BC, CA, AB . Đường thẳng qua A và song song với BC cắt các tia EP, EQ lần lượt tại M, N . Gọi F là điểm đối xứng với E qua I . Chứng minh $AM = AN$ và F là trực tâm tam giác EMN .
 3. Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại K . Gọi X, Y lần lượt là hình chiếu của K trên các đường thẳng AB và AC . Chứng minh rằng đường thẳng XY luôn qua điểm cố định khi A thay đổi.

CÂU 5

Cho số nguyên $n \geq 6$. Xét một đa giác lồi n cạnh $A_1A_2 \cdots A_n$. Người ta muốn kẻ một số đường chéo của đa giác sao cho các đường chéo này chia đa giác thành đúng k lục giác lồi không có điểm trong chung.

- a) Với $n = 2022$ và $k = 505$, hãy chỉ ra một cách chia đa giác đó.
- b) Với $n = 2023$ và $k = 505$, ta có thể chia đa giác được không? Hãy giải thích.

- - - HẾT - - -

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 3

§14. TOÁN CHUYÊN - LƯƠNG VĂN TỤY - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

- a) Cho a, b là hai số thực dương phân biệt thỏa mãn $(1-a)(1-b) + 2\sqrt{ab} = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{a-b} - \frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}.$$

- b) Biết đa thức $f(x) = x^3 - 23x + 24$ có ba nghiệm phân biệt a, b, c . Tính giá trị của biểu thức

$$Q = a^3 + b^3 + c^3.$$

CÂU 2

- a) Giải phương trình $(\sqrt{x+23} - \sqrt{x+7})(\sqrt{6-x} + 2) = 8$.

- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{2} \\ \frac{9}{4} + \frac{3}{2} \left(x + \frac{1}{y}\right) = \left(x + \frac{1}{y}\right) \left(y + \frac{1}{x}\right) \end{cases}$$

CÂU 3

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 6$. Chứng minh

$$\frac{a}{\sqrt{b^3+1}} + \frac{b}{\sqrt{c^3+1}} + \frac{c}{\sqrt{a^3+1}} \geq 2.$$

CÂU 4

Cho tam giác ABC nhọn, không cân, nội tiếp đường tròn (O) . Gọi E là điểm đối xứng của B qua AC và F điểm đối xứng của C qua AB . Đường thẳng BE cắt đường thẳng CF tại H .

- Chứng minh các tứ giác $AHBF$ và $AHCE$ là tứ giác nội tiếp.
- Đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại điểm thứ hai là D . Chứng minh F, B, D thẳng hàng và DA là tia phân giác của góc EDF .
- Gọi P, Q lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE, ACF . Chứng minh sáu điểm B, C, D, O, P, Q cùng thuộc một đường tròn tâm I và giao điểm (khác D) của đường thẳng AD với đường tròn (I) là trực tâm tam giác APQ .
- Giả sử H thuộc đường tròn (I) . Chứng minh các đường thẳng AI, DH, BC, PQ đồng quy.

CÂU 5

Cho p là một số nguyên tố.

- Chứng minh nếu p lẻ và tồn tại số nguyên x sao cho $(x^2 + 1) : p$ thì $(p - 1) : 4$.
- Chứng minh $2023p + 23^p - 24$ không là số chính phương.

CÂU 6

Người ta tô màu mỗi điểm trên mặt phẳng bởi một trong hai màu đỏ hoặc xanh. Chứng minh:

- Tồn tại một tam giác vuông cân có ba đỉnh được tô cùng màu.
- Tồn tại một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 2, một cạnh góc vuông bằng 1 và ba đỉnh được tô cùng màu.

- - - HẾT - - -

GV: Vũ Ngọc Huy:

DẠY THẬT - HỌC THẬT - GIÁ TRỊ THẬT

KH - CHƯƠNG 3

§15. TOÁN CHUYÊN - NAM ĐỊNH - NĂM HỌC 2023-2024

Họ và tên học sinh:

Lớp:

CÂU 1

a) Cho x, y, z là ba số thực khác 0 thỏa mãn $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ và $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 0$. Chứng minh rằng

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1.$$

b) Cho $f(n) = \frac{2}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}}$ với n là số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức

$$S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(40).$$

CÂU 2

a) Giải phương trình $2(\sqrt{x-1} + 1) = x + \sqrt{x+2}$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = xy + x - y + 2 \\ x^3 + y^3 = y(x + y + 4) + x. \end{cases}$$

CÂU 3

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H . Gọi M là trung điểm cạnh BC , N là trung điểm đoạn AH , đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại P, Q và cắt đường thẳng BC tại S sao cho P nằm giữa S và F . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $AOMN$ là hình bình hành.

b) $AP^2 = AQ^2 = AE \cdot AC$.

c) Tứ giác $DMEF$ nội tiếp và $\frac{FP}{PS} = \frac{QE}{ES}$.

CÂU 4

- a) Cho hai số nguyên dương a, b thỏa mãn $a^3 \vdots b, b^3 \vdots a$. Chứng minh $(a^4 + b^4) \vdots ab$.
- b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x(x^2 - y) + (y - 3)(x^2 + 1) = 0$.

CÂU 5

- a) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $0 \leq x, y, z \leq 4$. Chứng minh rằng:

$$x^2y + y^2z + z^2x + 16 \geq xy^2 + yz^2 + zx^2.$$

- b) Ban đầu trên bảng viết 2023 số thực. Mỗi lần biến đổi số trên bảng là việc thực hiện như sau: Chọn ra hai số a, b nào đó ở trên bảng, xóa hai số đó đi và viết thêm lên bảng số $\frac{a+b}{4}$. Giả sử ban đầu trên bảng ghi 2023 số 1 và ta thực hiện liên tiếp các biến đổi cho đến khi trên bảng chỉ còn lại một số, chứng minh rằng số đó lớn hơn $\frac{1}{2^{11}}$.

- - - HẾT - - -